

## ANÁLISE DE CONFIABILIDADE ESTRUTURAL DE COMPÓSITOS LAMINADOS VIA MÉTODO DE MONTE CARLO

Gustavo Cesar Siqueira Viana, [gustavo15mecanica@gmail.com](mailto:gustavo15mecanica@gmail.com)  
André Luis Riqueira Brandão, [andrerriqueira@unifei.edu.br](mailto:andrerriqueira@unifei.edu.br)  
Washington Batista Vieira, [vieira@unifei.edu.br](mailto:vieira@unifei.edu.br)  
Carlos Augusto de Souza Oliveira, [carlosoliveira@unifei.edu.br](mailto:carlosoliveira@unifei.edu.br)  
Andreza Sousa Andrada, [andrezaandrada@unifei.edu.br](mailto:andrezaandrada@unifei.edu.br)

UNIFEI - Universidade Federal de Itajubá - Campus de Itabira, R. Irmã Ivone Drumond, nº 200, Distrito Industrial II, Itabira - MG, CEP: 35.903-087.

**Resumo:** Materiais compósitos são formados pela combinação de dois ou mais materiais distintos em suas propriedades físicas, resultando em um material de performance superior àquela de seus componentes tomados separadamente. Uma importante aplicação consiste em utilizar a combinação de materiais laminados e fibrosos, resultando nos compósitos laminados reforçados por fibras. Com a definição de um número de camadas e das direções de alinhamento das fibras é possível maximizar as propriedades mecânicas de uma estrutura. O principal objetivo deste trabalho consiste em apresentar uma metodologia de análise de confiabilidade estrutural, a simulação de Monte Carlo, para avaliar o desempenho de um compósito laminado, sob um carregamento específico. A função de falha é definida com base no critério de falha de Tsai-Wu. O uso da simulação de Monte Carlo na avaliação de um desempenho estrutural pode ser feito para calcular a probabilidade de falha. Os resultados obtidos foram comparados com os encontrados na literatura específica do assunto.

**Palavras-chave:** Material Compósito, Confiabilidade Estrutural, Simulação de Monte Carlo.

### 1. INTRODUÇÃO

Os materiais compósitos são amplamente utilizados em mecânica, aeroespacial, construção naval e entre outras indústrias que visam as suas propriedades principais, que são seu peso leve e boa resistência. Sabendo que esse material possibilita diferentes combinações de seus componentes, é notável o desenvolvimento de novos materiais e de novas tecnologias de fabricação. Como consequência deste ambiente, cria-se linhas de pesquisas relacionadas com seu comportamento mecânico. Produzidos de acordo com as necessidades mecânicas do projeto, os compósitos são a solução natural para problemas relacionados com o peso e a resistência trabalho, é caracterizado otimização quando essas propriedades são difíceis de serem obtidas através de um material convencional.

Em geral são formados por uma matriz e um material de reforço, o material compósito mais comercializado de alto desempenho é encontrado na configuração de lâminas flexíveis de baixa espessura (menores que 1mm), seu reforço é apresentado com fibras longas e contínuas, o que confere maior resistência, colocadas paralelas ao seu sentido longitudinal. Esses materiais laminados, são armazenados na forma de bobinas, são reconhecidos como pré-impregnados ("pre-preg"), sua impregnação já é fabricada, e confere um preenchimento maior no material, o que acarreta em maiores custos de produção. A Figura 1 exhibe como é feito esse processo (PINHEIRO, 2006).

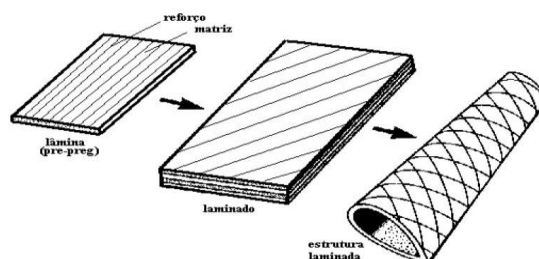


Figura 1 – Construção de uma estrutura laminada  
Fonte: (PINHEIRO, 2006)

A resistência e rigidez de materiais compósitos variam consideravelmente devido a mudanças no tipo de material, espessura das camadas, ângulo de orientação das fibras e sequência das lâminas. Para que se trabalhe em uma estrutura ótima, parte-se de uma determinada condição de carga sob o conjunto. Para evitar falha catastrófica de estruturas compostas faz-se necessário o uso de processos determinísticos, nos quais as resistências e os carregamentos são considerados livres de incertezas Tsai (1987) e Park (1982). Podemos considerar também a sensibilidade de um material compósito estruturalmente, quando há variações no carregamento e nas resistências. A fabricação do mesmo também pode gerar incertezas, pois os defeitos não controlados existem no processo, tornando assim o problema probabilístico.

Para abordagem do problema podemos considerar o desempenho do sistema (matriz/reforço) insatisfatório, e assim associamos a probabilidade de falha e a calculamos, desta forma o termo de risco pode ser associado a esta condição estrutural. Neste ponto, risco e confiabilidade são termos complementares. Utilizamos uma função de desempenho baseada no critério de falha de resistência de Tsai-Wu, aplicado em cada lâmina do laminado. O critério de *first ply failure* (falha da primeira lâmina) é aplicado, assim se ocorrer falha em uma das lâminas, a partir do critério de Tsai-Wu, ocorre a falha do sistema (laminado). O método em que se obtém o índice de confiabilidade a ser utilizado é a Simulação de Monte Carlo.

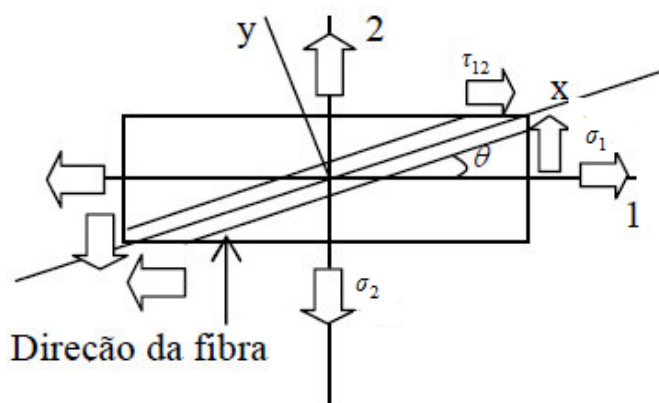
## 2. COMPOSITOS LAMINADOS

Os compósitos são produzidos quando dois ou mais materiais (ou fases) são utilizados juntos para resultar em uma combinação de propriedades que não podem ser obtidas de outra maneira. Materiais compósitos podem ser selecionados para resultar em combinações incomuns de rigidez, resistência mecânica, peso, desempenho em altas temperaturas, resistência à corrosão, dureza ou condutividade. Os compósitos apresentam propriedades superiores às dos seus componentes, isto é, atuam com sinergia (ASKELAND, 2008).

As fases presentes no material compósito podem ser divididas em fase contínua que é denominada de matriz e fase descontínua que são os reforços (fibras). Há uma interface bem definida entre essas duas fases que as separa. As propriedades dos compósitos estão associadas às propriedades de seus elementos constituintes, como concentração e frações volumétricas das fases, interface e adesão fibra/matriz, disposição e orientação das camadas, forma e tamanho (MARINUCCI, 2011).

### 2.1. Macromecânica de uma Lâmina

Uma lâmina (também chamado de camada) é uma única camada plana de fibra unidirecional ou fibras tecidas dispostas (em mais de uma direção) em uma matriz. Geralmente, um laminado não consiste apenas em lâmina unidirecional, porque suas propriedades de rigidez e resistência são baixas na direção transversal. Portanto, na maioria dos laminados, algumas lâminas são colocadas em ângulo. É assim necessário desenvolver a relação tensão-deformação para uma lâmina em ângulo. Segundo Kaw (2005), o sistema de coordenadas utilizado para mostrar uma lâmina com ângulo é tal como é apresentado na Figura 2. Os eixos no sistema de coordenadas 1-2 são chamados de eixos locais ou eixos do material. A direção 1 é paralelo às fibras e a direção 2 é perpendicular às fibras. Os eixos do x-y do sistema de coordenadas são chamados de eixos globais. O ângulo entre os dois eixos é indicado por um ângulo  $\theta$ .



**Figura 2: Sistema de coordenadas para uma lâmina unidirecional.**  
Fonte: (LOPES, 2009)

A relação tensão/deformação dos eixos 1 e 2 é dada pela matriz a seguir, onde a lei de Hooke para material ortotrópico está representada para duas dimensões:

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} \quad (1)$$

Onde  $Q_{ij}$  são os coeficientes de rigidez reduzidas, em função dos parâmetros do material ( $E_1, E_2, G_{12}, \nu_{12}, \nu_{21}$ )

Assim desenvolve-se a tensão-deformação de equações para o x-y sistema de coordenadas. As tensões globais e locais em uma lâmina de ângulo estão relacionadas uns aos outros através do ângulo da lâmina,  $\theta$ :

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = [T]^{-1} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix}, \quad (2)$$

Onde  $[T]^{-1}$  é denominada matriz de transformação e é definida por:

$$[T]^{-1} = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & -2sc \\ s^2 & c^2 & 2sc \\ sc & -sc & c^2 - s^2 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

Onde  $c = \cos(\theta)$  e  $s = \sin(\theta)$ .

Pode-se definir a matriz  $[\bar{Q}]$  ao carregamento no material, desta forma:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (4)$$

## 2.2. Macromecânica de um Laminado

Um laminado é uma pilha de camadas de compósitos. Cada camada pode ser colocada em várias orientações e pode ser feita de diferentes sistemas de materiais. O projeto e a análise das estruturas laminadas exigem conhecimento das tensões e deformações no laminado. Além disso, ferramentas de modelagem, tais como teorias de falha, modelos de rigidez e algoritmos que aumentem a confiabilidade estrutural, são as etapas para o estudo no presente trabalho.

Segundo Kaw (2005), se as tensões são conhecidas em qualquer ponto ao longo da espessura do laminado, a equação tensão-deformação calcula as tensões globais em cada lâmina. A matriz de rigidez reduzida transformada, que corresponde à da camada em análise no ponto ao longo da espessura do laminado. Assim mostra-se a seguinte equação:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} + z \cdot \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} \quad (5)$$

Sabemos que a partir desta matriz constrói-se um comportamento linear, porém podemos ter um comportamento diferente, de lâmina para lâmina, caso sejam diferentes os ângulos de inclinação dados às suas fibras (PINHEIRO, 2006). Assim sendo, torna-se normalmente mais conveniente o trabalho com um sistema de forças,  $\{N\}$ , e momentos,  $\{M\}$ , resultantes, definidos como a seguir:

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} dz \quad \text{e} \quad \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} z dz \quad (6)$$

Como ilustra a Figura 3 mostra uma placa sob cargas no plano, tais como forças cortantes e axiais, e flexão e torção momentos:

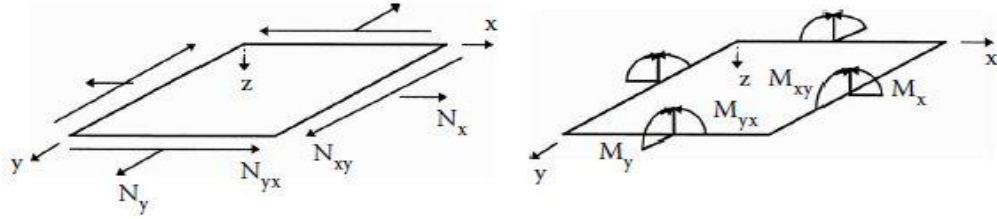


Figura 3 - Forças e os momentos resultantes em um laminado.

Fonte: (KAW, 2005)

Onde,

$N_x, N_y$  = força normal por unidade de comprimento.

$N_{xy}$  = força de cisalhamento por unidade de comprimento.

$M_x, M_y$  = momentos de flexão por unidade de comprimento.

$M_{xy}$  = torção momentos por unidade de comprimento.

Assim podemos definir a matriz de comportamento através das Equações (5) e (6), pela seguinte equação:

$$\begin{Bmatrix} \{N\} \\ \{M\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [A] & [B] \\ [B] & [D] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\epsilon^0\} \\ \{\kappa\} \end{Bmatrix} \quad (7)$$

Os carregamentos atuantes  $\{N\}$  e  $\{M\}$  são calculados a partir da equação (6), e os elementos  $\{\epsilon^0\}$  e  $\{\kappa\}$  estão contidos na equação (5). Para fins de cálculo denominam-se as matrizes  $[A]$ ,  $[B]$  e  $[D]$  como matrizes de rigidez extensional, rigidez a flexão e rigidez de acoplamento, respectivamente. Os seus termos podem ser obtidos através de:

$$\begin{aligned} A_{ij} &= \sum_{k=1}^n \left[ \bar{Q}_{ij} \right]_k + (h_k - h_{k-1}) \\ B_{ij} &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \left[ \bar{Q}_{ij} \right]_k + (h_k^2 - h_{k-1}^2) \\ D_{ij} &= \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n \left[ \bar{Q}_{ij} \right]_k + (h_k^3 - h_{k-1}^3) \end{aligned} \quad (8)$$

Onde,

$h$  é a espessura do laminado, e

$k$  é o índice da quantidade de laminas.

### 2.3. Critério de Falha de Tsai-Wu

O critério de Tsai-Wu (TSAI, 1971), tem-se que o mesmo consiste da extensão do critério de Von Mises para compósitos laminados ortotrópicos (HYER, 1998). Sendo assim, também, selecionado para a análise do compósito sintético estudado no presente trabalho.

Este critério foi criado para melhorar a correlação entre resultados experimentais e teóricos a partir da introdução de parâmetros adicionais. Considerando apenas o estado plano de tensão, temos a Equação (9).

$$\frac{\sigma_1^2}{X_t X_c} + \frac{\sigma_2^2}{Y_t Y_c} + 2F_{12} \frac{\sigma_1 \sigma_2}{X_t X_c} + \left( \frac{1}{X_t} + \frac{1}{X_c} \right) \sigma_1 + \left( \frac{1}{Y_t} + \frac{1}{Y_c} \right) \sigma_2 + \left( \frac{\tau_{12}}{S_{12}} \right)^2 = 1 \quad (9)$$

Onde,

$X_t, Y_t$  são resistências de tração (para direções X longitudinais e Y transversais) e

$X_c, Y_c$  são resistências de compressão (para X e Y).

O coeficiente de acoplamento  $F_{12}$  está representado pela Equação (10), onde  $\sigma$  e  $\sigma_{45}$  são as tensões de ruptura determinadas respectivamente em ensaios biaxial ( $\sigma$ ) e de tração à 45°. O coeficiente de acoplamento é normalmente utilizado para ajustar aos resultados obtidos experimentalmente e pode variar de  $-1 < F_{12} < 1$ .

$$F_{12} = \frac{2}{\sigma_{45}^2} \left\{ 1 - \left[ X_c - X_t + \frac{X_t X_c}{Y_t Y_c} (Y_c - Y_t) \right] \frac{\sigma_{45}}{2} + \left( 1 + \frac{X_t X_c}{Y_t Y_c} + \frac{X_t X_c}{S_{12}} \right) \frac{\sigma_{45}^2}{2} \right\} \quad (10)$$

A análise de falha de um laminado pode guiar-se por dois conceitos: falha da primeira camada (FPF - *first ply failure*) ou falha última do laminado (ULF - *ultimate laminate failure*). Numa abordagem FPF, considera-se que a falha do laminado ocorre quando a primeira camada falha. Por outro lado, a abordagem ULF considera que a falha do laminado ocorrerá para a máxima carga suportada (carga última). A abordagem FPF, mais conservadora, requer somente a aplicação de um critério de falha. Verificando-se a ocorrência de falha, considera-se a falha total do componente. Num conceito ULF, além dos critérios de falha, são necessárias leis de degradação das propriedades mecânicas em decorrência do processo de falha, uma vez que o processo de falha é progressivo, iterativo com redistribuição dos esforços nas camadas (ANGÉLICO, 2009).

### 3. CONFIABILIDADE ESTRUTURAL

A confiabilidade estrutural constitui-se em uma ferramenta valiosa para a análise da segurança das estruturas, fornecendo uma medida mais precisa do grau de segurança, uma vez que se baseia na determinação de probabilidades de falha ou índices de confiabilidade de equações de dimensionamento.

#### 3.1. Conceitos Probabilísticos

A análise de confiabilidade estrutural é baseada na existência de uma função de desempenho (ou de falha)  $G(\mathbf{X})$ , sendo que  $\mathbf{X} = (X_1, X_2, X_n)$  representa o conjunto de variáveis aleatórias envolvidas na análise, ou seja, todas aquelas com alguma informação estatística ao seu respeito. A função de falha  $G(\mathbf{X})$  deve ser definida de maneira que o limite  $G(\mathbf{X})=0$  separe o domínio de falha ( $G(\mathbf{X}) < 0$ ) e o domínio de segurança ( $G(\mathbf{X}) > 0$ ).

Desta forma, a confiabilidade estrutural deve buscar qual probabilidade dos acontecimentos de falhas, ou seja, qual a probabilidade da função de falha assumir valores pertencentes ao domínio de falha. Esta probabilidade é chamada de probabilidade de falha e é definida por:

$$P_f = P[G(\mathbf{X}) \leq 0] \quad (11)$$

Sabendo-se que  $f_x(\mathbf{X})$  representa a função densidade de probabilidade conjunta de todas as variáveis  $\mathbf{X}$  envolvidas na análise, a probabilidade de falha pode ser descrita pela integral:

$$P_f = \int_{g(\mathbf{X}) \leq 0} f_x(\mathbf{X}) dx \quad (12)$$

Portanto, a confiabilidade é definida como:

$$C = 1 - P_f \quad (13)$$

A integração da Equação (11) pode ser ilustrada pela Figura (4) para um caso de 2 variáveis aleatórias. A figura mostra a função de densidade de probabilidade conjunta e suas curvas de nível projetada da superfície de no plano  $X_1 X_2$ . Todos os pontos contidos numa mesma curva de nível possuem o mesmo valor de, ou seja, a mesma densidade de probabilidade.

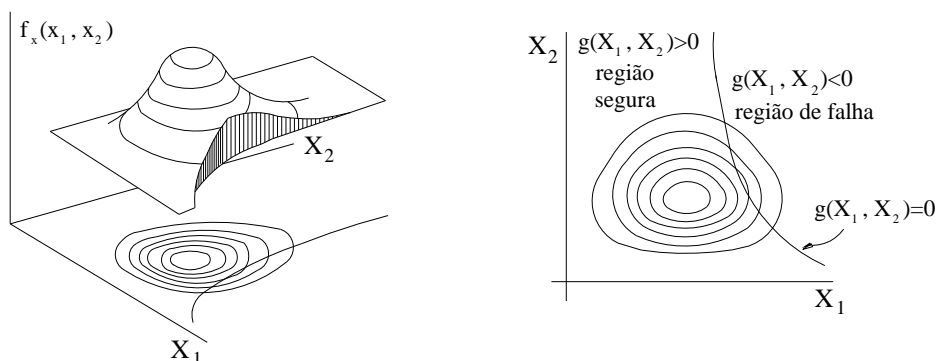


Figura 4 - Integral de probabilidade de falha no espaço das variáveis básicas

O grande número de variáveis aleatórias envolvidas em muitos problemas práticos torna bastante difícil a obtenção da função conjunta de densidade de probabilidade e a integração da equação é quase sempre inviável. Alternativamente, mede-se a segurança estrutural em função do índice de confiabilidade  $\beta$ , definido como a menor distância da origem do espaço das variáveis padronizadas, ou variáveis reduzidas, até a superfície de falha. O índice de confiabilidade representa grande relevância do ponto de vista de segurança do projeto, pois tal índice é uma medida relativa da segurança, ou seja, quando há comparação de dois ou mais projetos, aquele que apresentar maior  $\beta$  é mais confiável (Cornell, 1969).

Ditlevsen e Madsen (1996) mostraram, utilizando as propriedades da distribuição padrão que a probabilidade de falha é dada por:

$$P_f = \Phi(-\beta) \quad (14)$$

Onde  $\Phi$  representa a distribuição cumulativa normal padrão.

### 3.1. Simulação de Monte Carlo

O Método de Monte Carlo foi formalizado em 1949, por meio do artigo intitulado "Monte Carlo Method", publicado por John Von Neumann e Stanislaw Ulam (SOBOL, 1994). Atualmente, o Método de Monte Carlo pode ser descrito como método de simulação estatística que utiliza sequências de números aleatórios para desenvolver simulações. Em outras palavras, é visto como método numérico universal para resolver problemas por meio de amostragem aleatória (ZABARAS, SANKARAN, 2007).

A ideia do método é escrever a integral que se deseja calcular como um valor esperado. Considerando um conjunto de  $n$  variáveis aleatórias  $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ , cada uma delas completamente caracterizada pela sua respectiva função densidade de probabilidade marginal  $f_{X_i}(X_i)$  e respectiva função de distribuição acumulada marginal  $F_{X_i}(X_i)$ , então a probabilidade de falha, associada a uma função de estado limite  $g(\mathbf{X})$  que define uma região de falha, pode ser calculada pela Equação (15).

$$P_f = \int_{g(\mathbf{X}) \leq 0} f_{\mathbf{X}}(\mathbf{X}) d\mathbf{x} = \int I[g(\mathbf{X})] f_{\mathbf{X}}(\mathbf{X}) d\mathbf{x} \quad (15)$$

Onde,

$f_{\mathbf{X}}(\mathbf{X})$  é a função de densidade de probabilidade conjunta das variáveis aleatórias,

$I[g(\mathbf{X})]$  é uma função indicadora que indica as seguintes condições:

$$I[g(\mathbf{X})] = \begin{cases} 1 & \text{se } g(\mathbf{X}) \leq 0 \\ 0 & \text{se } g(\mathbf{X}) > 0 \end{cases}$$

(16)

Com o uso de  $I[g(\mathbf{X})]$  é possível calcular a integral da Equação (17) sobre todo domínio e não só na região de falha. O resultado desta equação representa o valor esperado (valor médio) da função indicadora (DITLEVEN, 1996). Portanto, a probabilidade de falha pode ser estimada através da seguinte expressão:

$$\hat{P}_f = \frac{1}{ns} \sum_j^{ns} I[g(\mathbf{X}^j)] \quad (17)$$

Onde,

$ns$  é o número de simulações.

$\sum_j^{ns} I[g(\mathbf{X}^j)]$ , representa o somatório do número de simulações que caíram na região de falha ( $nf$ ). Assim podemos

reescrever a equação da probabilidade de falha da seguinte maneira:

$$\hat{P}_f = \frac{nf}{ns} \quad (18)$$

Quanto menor for número de simulações maior será o erro. A precisão do método pode ser avaliada através do coeficiente de variação da probabilidade de falha estimada.

### 3.2. Função Desempenho

A Equação (19) representa uma função de desempenho (função de falha), constituída à partir do critérios de ruptura de Tsai-Wu expresso pela Equação (9).

$$G=1-\frac{\sigma_1^2}{X_t X_c}+\frac{\sigma_2^2}{Y_t Y_c}+2F_{12}\frac{\sigma_1 \sigma_2}{X_t X_c}+\left(\frac{1}{X_t}+\frac{1}{X_c}\right)\sigma_1+\left(\frac{1}{Y_t}+\frac{1}{Y_c}\right)\sigma_2+\left(\frac{\tau_{12}}{\tau_{12}}\right)^2 \quad (19)$$

Com esta configuração  $X_t$ ,  $X_c$ ,  $Y_t$ ,  $Y_c$  e  $\tau_{12}$  serão tratadas como variáveis aleatórias do problema de confiabilidade. O elemento composto (fibra de carbono) está em estado operacional se a função  $G > 0$ , em estado de falha se a função  $G < 0$ , e no limite de estado para  $G = 0$ .

Para análise de desempenho adotamos o material para a base de cálculos. O laminado é feito de T300/5208 grafite/material epoxy com as seguintes características:  $E_1=181\text{GPa}$  (módulo elástico longitudinal),  $E_2=10,3\text{GPa}$  (módulo elástico transversal),  $G_{12}=7,17\text{GPa}$  (módulo de cisalhamento), e  $\mu_{12}=0,28$  (coeficiente de Poisson associados aos eixos 1-2). Os parâmetros de resistência são considerados como variáveis aleatórias normalmente distribuídas de independência e suas características de distribuição são apresentados na Tabela 1.

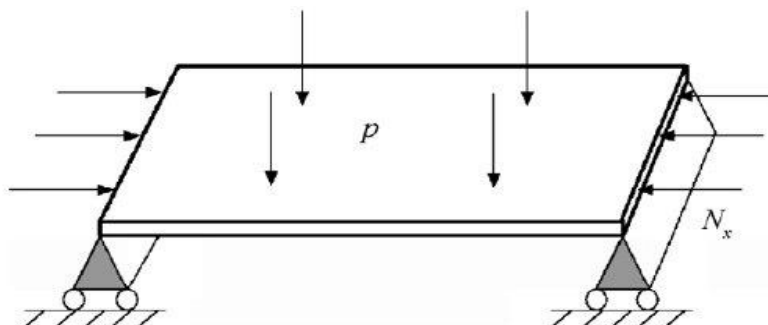
**Tabela 1. Variáveis Aleatórias**  
Fonte: (MOHAN, 2013)

Distribuição	$X_t$ [Mpa]	$X_c$ [Mpa]	$Y_t$ [Mpa]	$Y_c$ [Mpa]	$(\tau_{12})_{ult}$ [Mpa]
Média	1500	1500	48	246	68
Desvio Padrão	150	150	4.8	24.6	6.8

## 4. APLICAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

### 4.1. Exemplo 1

O presente trabalho, utiliza os dados do material T300/5208 grafite/epoxy para análises de confiabilidade. Suas características são as seguintes: Simplesmente apoiado com dimensões de 20 cm X 12,5 cm. Estando sob carga de compressão  $N_x = 500 \text{ kN/m}$  e carga transversal uniforme  $p = 0,2\text{MPa}$ , que foi transformada em  $M_x = 391 \text{ kNm/m}$  conforme mostrado na Fig. 5. A sequência de empilhamento adotada é  $[0^\circ/+45^\circ/-45^\circ/90^\circ/90^\circ/-45^\circ/+45^\circ/0^\circ]$  simétricos, ou seja, são 8 camadas com a seguinte disposição:  $[0^\circ/+45^\circ/-45^\circ/90^\circ/90^\circ/-45^\circ/+45^\circ/0^\circ]$ . Sendo que as camadas  $[0^\circ/90^\circ]$  tem 0,25mm de espessura e as camadas  $[+45^\circ/-45^\circ]$  possuem 0,625mm (MOHAN, 2013).

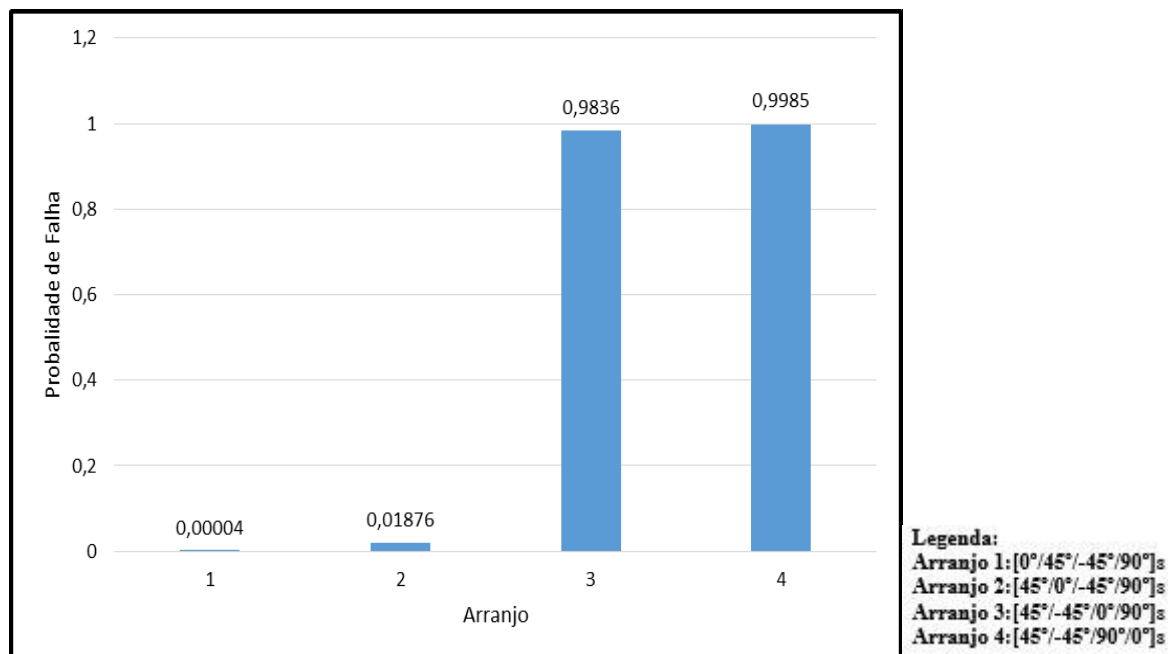


**Figura 5 – Laminado sujeito ao carregamento de compressão axial e carregamento lateral uniforme**  
Fonte: (MOHAN, 2013)

Verificou-se que a probabilidade de falha converge para o mesmo resultado de (MOHAN, 2013). Esta probabilidade de falha ( $P_f=0,01$ ) está relacionada à um índice de confiabilidade ( $\beta$ ) de 2,33.

### 4.2. Exemplo 2

A Figura 6 apresenta os resultados de probabilidades de falha ( $P_f$ ) para quatro arranjos diferentes quanto à posição das camadas, sabendo que existe a simetria do laminado. Considera-se a espessura de cada camada igual a 0,38mm.



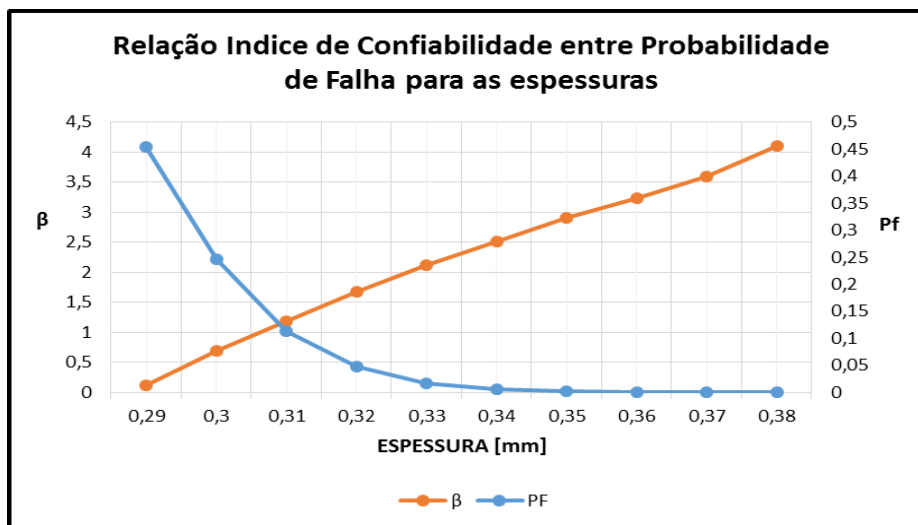
**Figura 6 - Probabilidade de falha para diferentes arranjos**

Os dados de carregamento e os dados do material (T300/5208 grafite/material epoxy) são tratados como variáveis aleatórias, e estão apresentados na Tabela 1. Verificou-se que um aumento significativo dos índices de confiabilidade para o compósito laminado, com o Arranjo 1. Este fato se relaciona à existência de tensões de flexão na seção transversal, que aumentam na cota mais extrema. Como esperado, as lâminas orientadas à [0°] posicionadas nas cotas extremas, aumentam a capacidade resistente da estrutura laminada.

### 4.3. Exemplo 3

A figura 7 apresenta a variação dos índices de confiabilidade em relação a espessura (h) de 0,29 mm e 0,38 mm, do material (T300/5208 grafite/material epoxy). Para a análise da Figura 7, usamos a configuração do Arranjo 1, os dados de carregamento e os dados do material são tratados como variáveis aleatórias, e estão apresentados na Tabela 1.

Verificou-se que os índices de confiabilidade variam de forma linear aproximadamente, conforme a espessura. Entre as espessuras de 0,29 mm e 0,38 mm, observou-se um aumento dos índices de confiabilidade de 3734%. Esse valor tem um crescimento pois na configuração de orientação inicial do material, a camada da superfície oferece uma resistência maior com valores mais altos de espessura.



**Figura 7 – Relação Índice de Confiabilidade entre Probabilidade de Falha para as espessuras**



## 5. CONCLUSÕES

Neste trabalho foi apresentado um procedimento para análise de confiabilidade estrutural em compósitos laminados, pela Simulação de Monte Carlo. Aplicações foram desenvolvidas para um compósito específico, de 8 lâminas empilhadas, submetidas à força normal e flexão. A função de desempenho (função de falha) foi obtida pelo emprego do critério de falha Tsai-Wu.

Com o exemplo de aplicação 1, verificou-se que a probabilidade de falha converge para o mesmo resultado de (MOHAN, 2013). Esta probabilidade de falha está relacionada à um índice de confiabilidade ( $\beta$ ) de 2,33. Através da aplicação 2, verificou-se que um aumento significativo dos índices de confiabilidade para o compósito laminado, com o arranjo 1. Este fato se relaciona à existência de tensões de flexão na seção transversal, que aumentam na cota mais extrema. Como esperado, as lâminas orientadas à  $[0^\circ]$  posicionadas nas cotas extremas, aumentam a capacidade resistente da estrutura laminada. A aplicação 3, mostrou que os índices de confiabilidade variam de forma linear aproximadamente, conforme a espessura.

A análise de confiabilidade dos casos estudados, permitiu a avaliação da segurança estrutural através da obtenção de índices de confiabilidade. Os índices de confiabilidade representam uma medida relativa o nível de segurança quando são comparados dois ou mais projetos.

## 6. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao CNPq e à FAPEMIG pelo financiamento deste trabalho.

## 7. REFERÊNCIAS

- Angélico, R.A., 2009, "Avaliação de modelos de falhas progressivas para estruturas em material compósito." 105f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos.
- Askeland, D. R. and Phulé, P. P., 2008, "Ciência e engenharia dos materiais. Tradução Vertice Translate e AllTasks; revisão técnica Gloria Dulce de Almeida Soares, Ivan Napoleão Bastos, Wagner Figueiredo Sacco." São Paulo: Cengage Learning.
- Cornell, C.A., 1969, "A Probability-Based Structural Code." ACI-Journal, Vol. 66, pp. 974-985.
- Ditleven, O. E., Madsen, H.O., 1996. "Structural Reliability Methods." Wiley, New York.
- Hyer, M. W., 1998, "Stress Analysis of Fiber-Reinforced Composite Materials." Lancaster, USA: McGraw-Hill Science/Engineering/Math.
- Kaw, A. K., 2005, "Mechanics of composite materials." CRC press.
- Lopes, P. A. M., 2009, "Otimização de Estruturas de Materiais Compósitos Laminados, Baseada em Confiabilidade, Utilizando Algoritmos Genéricos e Redes Neurais Artificiais." Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFRGS, Porto Alegre, 147 p.
- Marinucci, G., 2011, "Compósitos Poliméricos – Fundamentos e Tecnologia." Editora Artliber.
- Mohan, P. R. K., Ananth, N., 2013, "Reliability Based Design Optimization of Laminated Composites - A New Approach. Global Research Analysis." Boston (ma), v. 2, n. 11, p.1-3. Disponível em: <[http://www.worldwidejournals.com/gra/file.php?val=November\\_2013\\_1384608345\\_66c93\\_15.pdf](http://www.worldwidejournals.com/gra/file.php?val=November_2013_1384608345_66c93_15.pdf)>. Acesso em: 05 abr. 2016.
- Park, W. J., 1982, "Na Optimum design os simple symetric laminates under the frist ply failure criterion." Journal of Composite Materials, V.16, pp 641-355.
- Pereira, J. C., 2003, "Curso de projeto estrutural com materiais compostos." Departamento de Engenharia Mecânica.
- Pinheiro, M. A. S., Beckhauser, G. N., Menezes, M. R., 2006, "Aplicativo Voltado para a Macromecânica Básica das Estruturas Laminadas de Material Compósito." Boletim SBMAC, p. 209-222.
- Sobol, L. M. A., 1994, "Primer for the Monte Carlo Method." CRC Press Florida: Boca Raton.
- Tsai, S.W., 1987, "Composite design (3<sup>rd</sup> ed)." Think Composites, Dayton, Ohio.
- Tsai, S.W., Wu, E. M., 1971, "A General Theory of Strength for Anisotropic Materials." J Composite Mater., 5,58.
- Zabaras, N., Sankaran, S., 2007, "An information-theoretic approach to stochastic materials modeling", IEEE Computing in Science and Engineering, special issue of "Stochastic Modeling of Complex Systems", March/April issue, pp. 50-59.

## 8. RESPONSABILIDADE AUTORAL

Os autores são os únicos responsáveis pelo material reproduzido nesse artigo

## STRUCTURAL RELIABILITY ANALYSIS OF LAMINATED COMPOSITES USING MONTE CARLO SIMULATION

Gustavo Cesar Siqueira Viana, [gustavo15mecanica@gmail.com](mailto:gustavo15mecanica@gmail.com)  
André Luis Riqueira Brandão, [andreriqueira@unifei.edu.br](mailto:andreriqueira@unifei.edu.br)  
Washington Batista Vieira, [vieira@unifei.edu.br](mailto:vieira@unifei.edu.br)  
Carlos Augusto de Souza Oliveira, [carlosoliveira@unifei.edu.br](mailto:carlosoliveira@unifei.edu.br)  
Andreza Sousa Andrada, [andrezaandrada@unifei.edu.br](mailto:andrezaandrada@unifei.edu.br)

UNIFEI - Universidade Federal de Itajubá - Campus de Itabira, R. Irmã Ivone Drumond, nº 200, Distrito Industrial II, Itabira - MG, CEP: 35.903-087.

**Resumo:** Composite materials are formed by the combination of two or more distinct materials in their physical properties, resulting in one material with a superior performance than that components taken separately. One important application consists in applying combinations of laminated and fibrous materials, resulting in laminated composites reinforced by fibers. With a definition of a number of layers and direction of the alignment fibers, it's possible to maximize the mechanical properties of a structure. The main objective of this work consists in presenting one methodology of analysis of structural reliability, the simulation of Monte Carlo to test the performance of a laminated composite, under a specific loading. The failure function is defined by the failure standard from Tsai-Wu. The use of the simulation of Monte Carlo in the evaluation of the structural performance, can be done to calculate the failure probability. The results achieved were compared with the ones found in specific literature of the subject.

**Palavras-chave:** Material Compósito, Confiabilidade Estrutural, Simulação de Monte Carlo.